

Teorijska pitanja:

P1. Odnos struja kroz dva paralelno vezana otpornika R_1 i R_2 je $I_1/I_2 = 3/1$. Nacrtati šemu veze [1] i odrediti odnose napona [2] i termičkih disipacija na ovim otpornicima [2]?

P2. Nacrtati sliku [1], obeležiti sve potrebne veličine [1] i izvesti izraz za raspodelu vektora \mathbf{E} unutar i oko homogeno zapreminski naelektrisanе sfere poluprečnika R u vakuumu [3]. Zapreminska gustina naelektrisanja je ρ .

P3. Odrediti podužnu silu [3] između dva dugačka, tanka, paralelna pravolinijska

provodnika sa vremenski stalnom strujom jačine I koji se nalaze u vazduhu na međusobnom rastojanju od $1/(2\pi)$ [m]. Kada je sila privlačna, a kada odbojna [2] ?

P4. Na idealni prostoperiodični strujni izvor priključena je redna veza otpornika i realnog kalema. Kako se menja napon izvora kada frekvencija struje izvora opada [3]? Nacrtati šemu povezivanja [1], obeležiti sve potrebne veličine [1] i obrazložiti odgovor.

Zadaci:

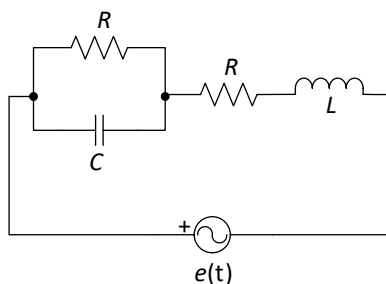
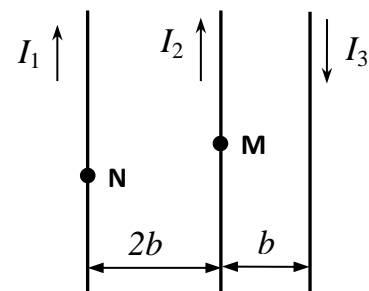
Z1. Koaksijalni kabl (poluprečnici provodnika su redom: $a=0.5$ [cm], $b=1$ [cm] i $c=1.1$ [cm]) naelektrisan je naelektrisanjem podužne gustine $Q'=100$ [nC/m]. Nacrtati sliku (rešenje bez slike se ne boduje), jasno označiti sve potrebne veličine i tek onda izvesti izraze za:

- maksimalnu jačinu električnog polja u kابلu [2],
- napon između provodnika kabla [2],
- podužnu kapacitivnost ovog kabla [2],
- podužnu kapacitivnost ovog kabla ako se prostor između provodnika u potpunosti ispuni homogenim dielektrikom, $\epsilon_r=5$ [2]?

Z2. Na realni akumulator priključen je termogeni potrošač. Vatmetar i ampermetar priključeni na potrošač pokazuju 24W i 2A respektivno, a snaga termičkih gubitaka u akumulatoru iznosi 4W. Obavezno nacrtati šemu povezivanja (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti:

- otpornost potrošača [2],
- napon potrošača [2],
- napon praznog hoda akumulatora [2],
- ako se redno potrošaču veže još jedan isti takav potrošač, kolika je tada struja kroz kolo [2]?

Z3. Tri tanka, paralelna, vrlo dugačka pravolinijska provodnika nalaze se u vazduhu u položaju kao na slici. Kroz provodnike protiču vremenski konstantne struje kao na slici. Odrediti vektore magnetske indukcije u tačkama M [3] i N [3], ako je $I_1 = I_2 = 2A$, $I_3 = 3A$, $b=1$ cm i $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.



Z4. U mreži na slici vlada ustaljeni sinusni režim. Odrediti:

- trenutnu vrednost struje izvora [4],
- aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu mreže [3],
- fazni stav između napona i struje izvora [1].

Podaci: $e(t)=3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(10^3 \cdot t)$ [V], $R=1$ [K Ω], $L=0.5$ [H] i $C=1$ [μ F].

P1. Zbog paralelne veze napon je isti na oba otpornika. Zbog odnosa struja, odnos otpornosti je $R_1/R_2=1/3$. Odnos snaga je $P_1/P_2=(U^2/R_1)/(U^2/R_2)=R_2/R_1=3/1$.

$$\mathbf{P2.} \quad E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r, \quad r \leq R \quad \text{ i } \quad E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}, \quad r > R$$

P3. $d\mathbf{F}_{12} = I_2 d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{B}_1$, $F'_{12} = dF_{12} / dl_2 = I_2 \cdot B_1$, Kako je $I_1=I_2=I$, a $B_1 = \mu_0 \frac{I}{2\pi \cdot 1/2\pi} = \mu_0 \cdot I$ to je podužna sila $F'_{12} = I \cdot B_1 = \mu_0 I^2$. Sila je privlačna ako su struje istog smera, a odbojna u suprotnom.

P4. Napon na strujnom izvoru se smanjuje zbog smanjivanja napona na kalemu $U_L=2\pi f L \cdot I$.

$$\mathbf{Z1.} \quad \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad E \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l = \frac{Q' \cdot l}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}, \quad a \leq r \leq b.$$

a) Maksimalna jačina polja je $E(r=a) = \frac{Q'}{2\pi \cdot a \cdot \epsilon_0} = 3.6 \cdot 10^3 [\text{V/m}]$,

b) Napon između elektroda je $U_{ab} = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \frac{Q'}{2\pi r \epsilon_0} \cdot dr = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{b}{a} = 12.5 [\text{V}]$,

a poduzna kapacitivnost $C' = \frac{Q'}{U_{ab}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} = 80 [\text{pF/m}]$,

c) $C'' = \epsilon_r \cdot C' = 5 \cdot 80 [\text{pF/m}] = 400 [\text{pF/m}]$.

Z2. Otpornost potrošača $R = P / I^2 = 24 / 2^2 = 6\Omega$,

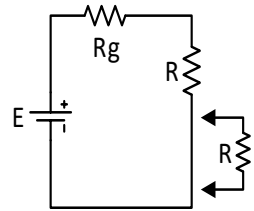
a napon na potrošaču je $U = RI = 6 \cdot 2 = 12\text{V}$.

Snaga gubitaka u akumulatoru je $P_g = R_g I^2 = R_g \cdot 2^2 = 4\text{W}$, pa je $R_g = 1\Omega$

Iz $U = E - R_g \cdot I$ sledi $U + R_g \cdot I = E$, pa je $E = 12 + 1 \cdot 2 = 14\text{V}$.

Ukupno opterećenje akumulatora je sada $R_U = R + R = 12\Omega$, pa je struja

$I_U = E / (R_g + R_U) = 14 / (1 + 12) = 1.077\text{A}$.

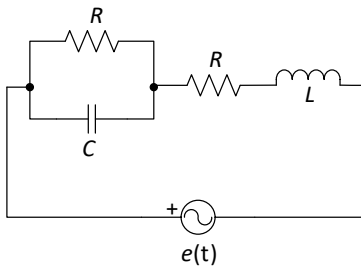
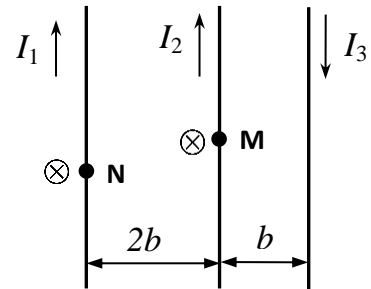


Z3. $B_{M1} = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi \cdot 2b}$, $B_{M3} = \mu_0 \frac{I_3}{2\pi \cdot b}$

$B_M = B_{M1} + B_{M3} = \frac{\mu_0}{2\pi b} \left(\frac{I_1}{2} + I_3 \right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 10^{-2}} \left(\frac{2}{2} + 3 \right) = 8 \cdot 10^{-5} \text{T}$

$B_{N2} = -\mu_0 \frac{I_2}{2\pi \cdot 2b}$, $B_{N3} = \mu_0 \frac{I_3}{2\pi \cdot 3b}$

$B_N = B_{N2} + B_{N3} = \frac{\mu_0}{2\pi b} \left(-\frac{I_2}{2} + \frac{I_3}{3} \right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 10^{-2}} \left(-\frac{2}{2} + \frac{3}{3} \right) = 0$



Z4. Ukupna impedansa kola je

$$\bar{Z} = \bar{Z}_L + R + \frac{\bar{Z}_C \cdot R}{\bar{Z}_C + R} = j\omega L + R + \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot R}{\frac{1}{j\omega C} + R}.$$

Nakon sređivanja sledi:

$$\bar{Z} = j\omega L + R + \frac{R}{1 + j\omega CR} = j10^3 \cdot \frac{1}{2} + 10^3 + \frac{10^3}{1 + j10^3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3}$$

$$\bar{Z} = j10^3 \cdot \frac{1}{2} + 10^3 + \frac{10^3}{1+j} \frac{1-j}{1-j} = 10^3 + j\frac{10^3}{2} + \frac{10^3}{2}(1-j) = 1.5[\text{K}\Omega].$$

a) Dakle, struja izvora je $\bar{I} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}} = \frac{3}{1.5[\text{K}\Omega]} = 2[\text{mA}]$, pa je $i(t) = 2\sqrt{2} \cdot \sin(10^3 \cdot t)[\text{mA}]$.

b) $\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 3 \cdot 2[\text{mVA}] \Rightarrow P = 6[\text{mW}], Q = 0[\text{VAr}], S = 6[\text{mVA}]$.

c) Napon i struja izvora su u fazi.